

EXPRESSÕES BOOLEANAS EM "MINITERMOS" E "MAXITERMOS"

EXPRESSÕES BOOLEANAS DE TERMOS MÍNIMOS (MINITERMOS) ou SOMA DE PRODUTOS

As expressões booleanas de minitermos são desenvolvidas a partir dos "1" na saída da tabela da verdade.

Consideremos a tabela da verdade 1 com 3 variáveis.

ENTRADAS			S	Linha	Expressão (função AND)
A	B	C			
0	0	0	0	0	
0	0	1	1	1	A'B'C
0	1	0	0	2	
0	1	1	1	3	A'BC
1	0	0	0	4	
1	0	1	0	5	
1	1	0	1	6	ABC'
1	1	1	0	7	

Tabela 1

Para determinar a expressão em minitermos da tabela 1, aplica-se uma operação E (AND) nas linhas cuja saída é um e depois aplica-se uma operação OU (OR) nos dois termos, lembrando que a expressão booleana de minitermos:

É A SOMA DA PRODUTOS

Teremos então a expressão: $S = A'B'C + A'BC + ABC'$

OBSERVAÇÃO: o apóstrofo indica que a variável está complementada

Exemplo: $A\bar{B}\bar{C}$ é a mesma coisa que $AB'C'$

Partindo da expressão acima: $S = A'B'C + A'BC + ABC'$ podemos construir o circuito lógico, onde se observa que nas linhas 1, 3 e 6 o nível lógico na saída é 1.

Temos então caracterizada a soma de produtos.

A partir daí pode-se escrever a expressão em forma de "função", conforme mostrado abaixo:

$$f(ABC) = m_1 + m_3 + m_6$$

OU

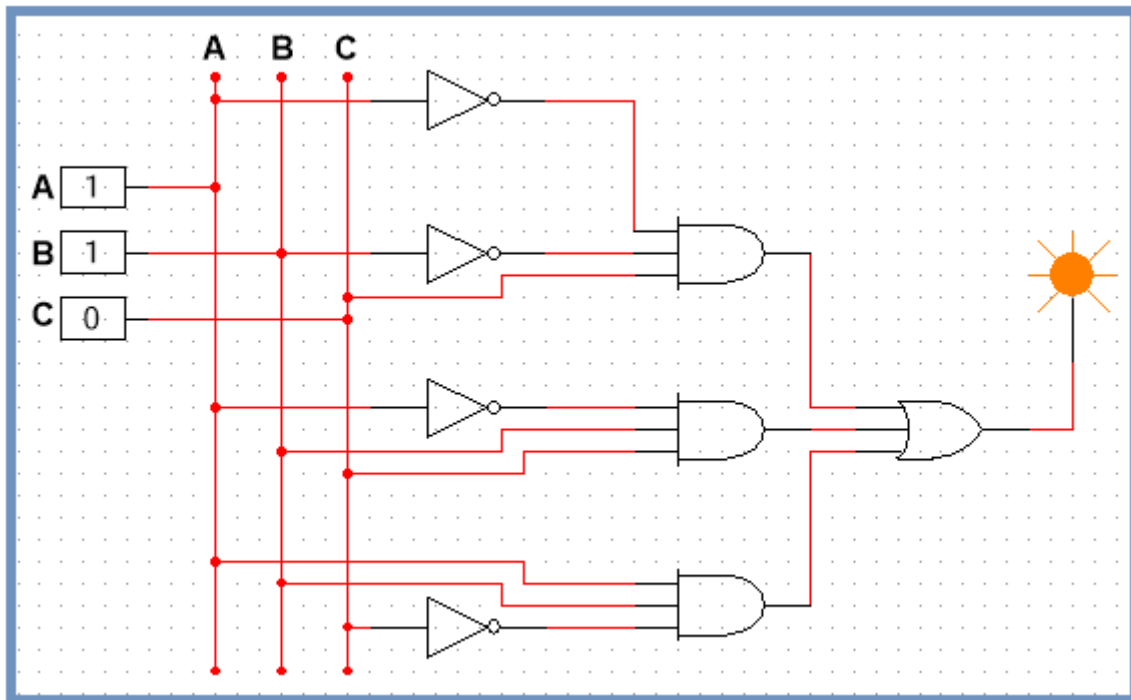
$$f(ABC) = \Sigma m(1,3,6)$$

Σ é a somatória que corresponde as linhas 1,3 e 6 da tabela 1.

m representa o minitermo (letra "m" minúscula)

f (ABC) representa a função com as 3 variáveis A, B e C

A partir de qualquer uma das expressões podemos construir o circuito.



Portanto no circuito acima, a lâmpada de prova acenderá somente quando forem aplicadas a combinação das variáveis de entrada das linhas 1, 3 e 6.

As demais combinações das variáveis de entrada que correspondem as linhas 0, 2, 4, 5 e 7 manterão a lâmpada de prova em nível lógico 0 (apagada).

Exercício:

Desenhar o circuito que corresponde a função:

$$f(ABCD) = \Sigma m(2,4,7,10,12)$$

Interpretando as características:

- 4 variáveis na entrada (ABCD)
- total de linhas: 16 (0 a 15)
- soma de produtos ou minitermos
- somente as linhas 2, 4, 7, 10 e 12 terão nível lógico 1 na saída

Escrevendo a expressão:

$$S = A'B'CD' + A'BC'D' + A'BCD + AB'CD' + ABC'D'$$

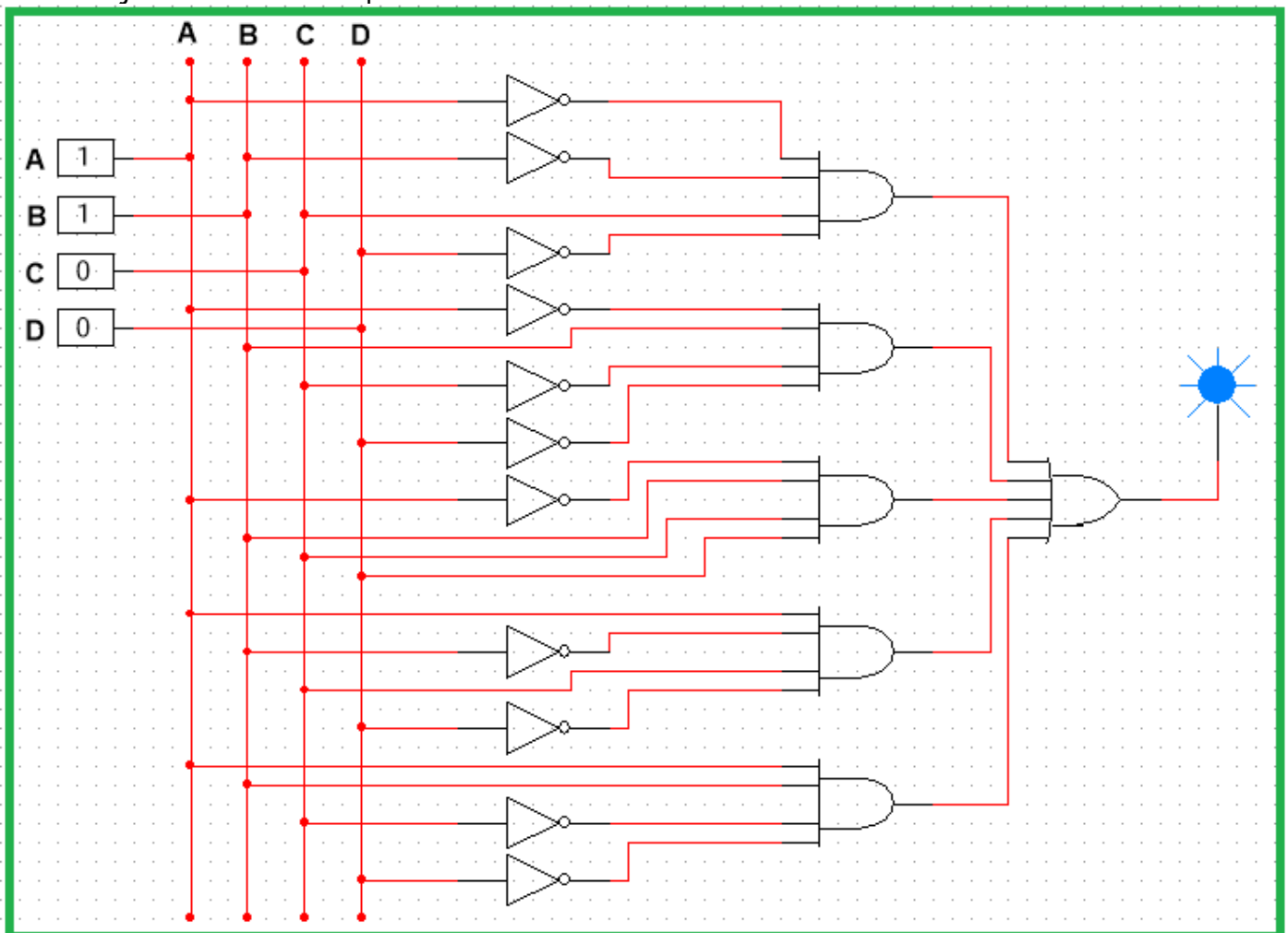
Desta forma, não há necessidade de desenhar a tabela da verdade. A própria expressão define as condições de saída da tabela da verdade, ou seja, nível lógico 1 para as linhas 2, 4, 7, 10 e 12.

Linha 2	Linha 4	Linha 7	Linha 10	Linha 12
A'B'CD'	A'BC'D'	A'BCD	AB'CD'	ABC'D'

Outra forma de interpretar a equivalência da expressão com as linhas da tabela da verdade é utilizar a codificação BCD8421, conforme ilustrado abaixo. Observe que as variáveis complementadas equivalem a 0.

Linha 2	Linha 4	Linha 7	Linha 10	Linha 12
A'B'CD'	A'BC'D'	A'BCD	AB'CD'	ABC'D'
8421	8421	8421	8421	8421
0020	0400	0421	8020	8400
0+0+2+0=2	0+4+0+0=4	0+4+2+1=7	8+0+2+0=10	8+4+0+0=12

Veja o circuito da expressão:



Para o circuito acima, qualquer combinação de variáveis que não satisfaça as condições impostas na expressão, resultará em uma saída igual a 0.

EXPRESSÕES BOOLEANAS DE TERMOS MÁXIMOS (MAXITERMOS) ou PRODUTO DE SOMAS

Uma expressão booleana pode ser escrita em termos máximos, ou maxitermos, a partir dos "0" na saída da tabela da verdade.

Uma expressão em maxitermos é escrita como sendo um **produto de somas**.

Tomemos como exemplo a mesma tabela mostrada na página 1 (tabela 1) porém, agora as linhas 1, 3 e 6 serão escritas como Maxitermos.

ENTRADAS			S	Linha	Expressão (função OR)
A	B	C			
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	1	A+B+C'
0	1	0	1	2	
0	1	1	0	3	A+B'+C'
1	0	0	1	4	
1	0	1	1	5	
1	1	0	0	6	A'+B'+C
1	1	1	1	7	

Tabela 2

A expressão na saída será:

$$S = (A+B+C') \cdot (A+B'+C') \cdot (A'+B'+C)$$

Teremos então a função:

$$f(ABC) = M1 \cdot M3 \cdot M6$$

ou

$$f(ABC) = \Pi M(1,3,6)$$

Π é o produto que corresponde as linhas 1,3 e 6 da tabela (letra grega "pi" maiúscula)

M representa o maxitermo (letra "M" maiúscula)

f(ABC) representa a função com as 3 variáveis A, B e C

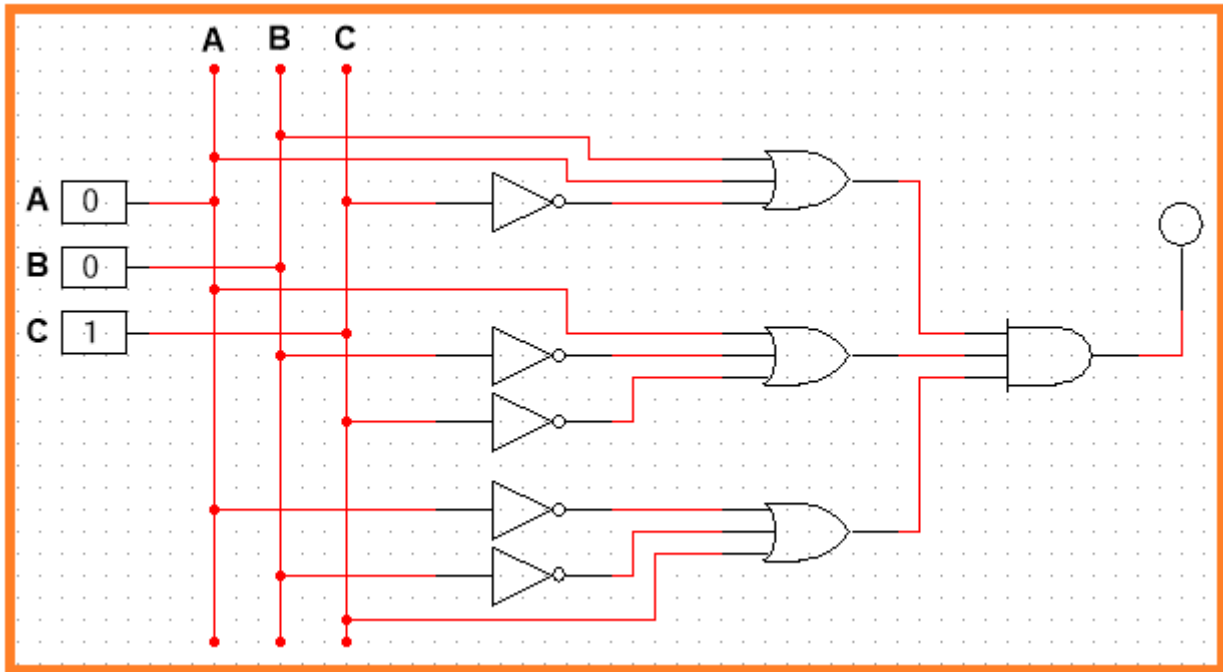
Para melhor entender esse conceito, faremos então uma comparação das linhas 1, 3 e 6 das tabelas 1 (expressa em minitermos) e 2 (expressa em Maxitermos):

- Linhas 1, 3 e 6 expressa em minitermos: $S = A'B'C + A'BC + ABC'$

- Linhas 1, 3 e 6 expressa em Maxitermos: $S = (A+B+C') \cdot (A+B'+C') \cdot (A'+B'+C)$

O circuito correspondente a expressão da tabela 2 é mostrado a seguir.

Todas as combinações de variáveis na entrada diferentes das linhas 1, 3 e 6 terá na saída o nível lógico 1.



Exercício:

Desenhar o circuito que corresponde a função:

$$f(ABCD) = \prod M(2,4,7,10,12)$$

Interpretando as características:

- a) 4 variáveis na entrada (ABCD)
- b) total de linhas: 16 (0 a 15)
- c) produto de somas ou Maxitermos
- d) somente as linhas 2, 4, 7, 10 e 12 terão nível lógico 0 na saída

Escrevendo a expressão:

$$S = (A+B+C'+D).(A+B'+C+D).(A+B'+C'+D').(A'+B+C'+D).(A'+B'+C+D)$$

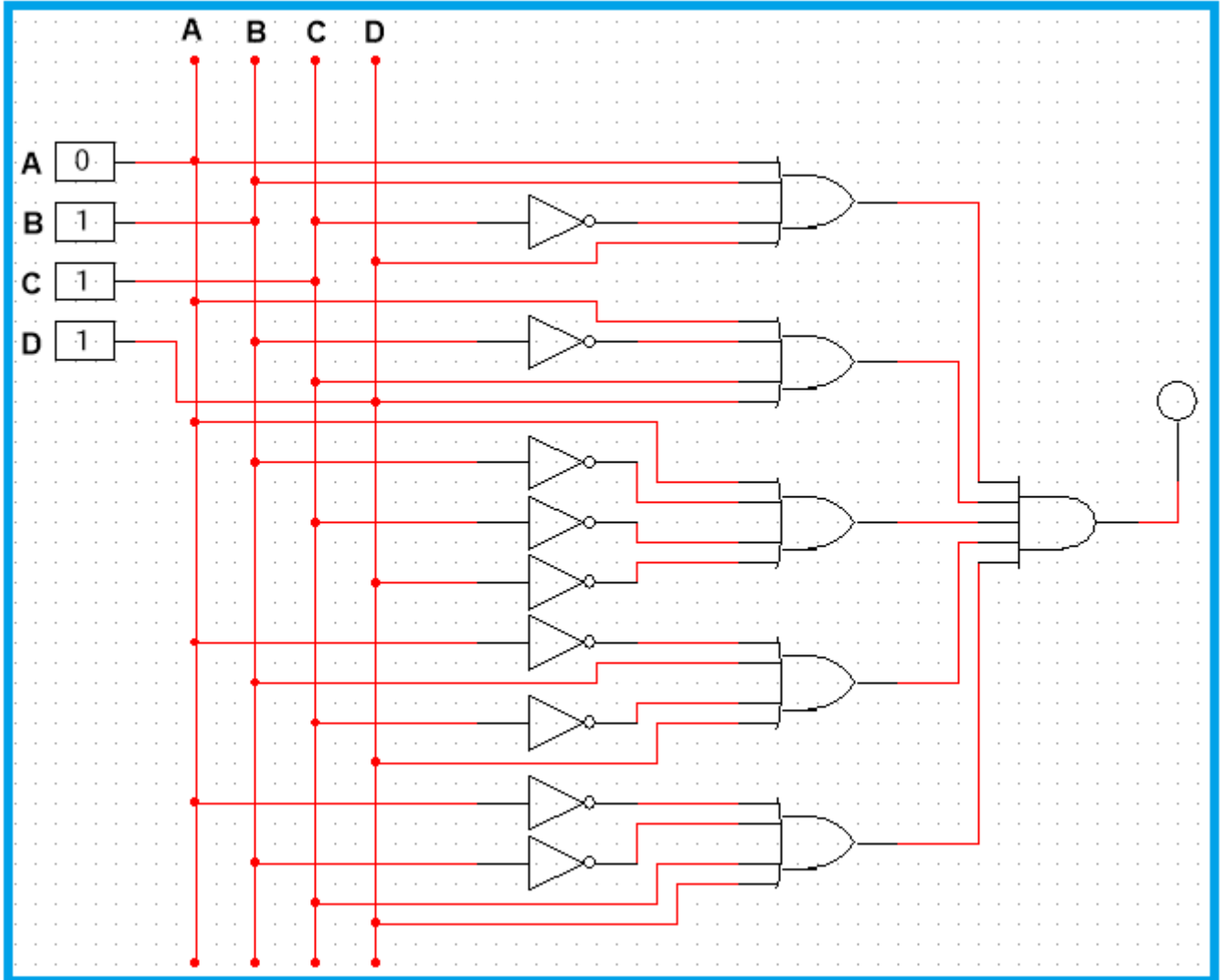
Desta forma, não há necessidade de desenhar a tabela da verdade. A própria expressão define as condições.

Linha 2	Linha 4	Linha 7	Linha 10	Linha 12
$A+B+C'+D$	$A+B'+C+D$	$A+B'+C'+D'$	$A'+B+C'+D$	$A'+B'+C+D$

Outra forma de interpretar a equivalência da expressão com as linhas da tabela da verdade é utilizar a codificação BCD8421, conforme ilustrado abaixo, mesmo procedimento adotado na equivalência das linhas em "minitermos".

Linha 2	Linha 4	Linha 7	Linha 10	Linha 12
$A+B+C'+D$	$A+B'+C+D$	$A+B'+C'+D'$	$A'+B+C'+D$	$A'+B'+C+D$
8421	8421	8421	8421	8421
0020	0400	0421	8020	8400
$0+0+2+0=2$	$0+4+0+0=4$	$0+4+2+1=7$	$8+0+2+0=10$	$8+4+0+0=12$

Veja o circuito da expressão:



Para melhor elucidar o conceito de minitermos e Maxitermos, faremos então uma comparação entre as duas funções:

$$f(ABCD) = \Sigma m(2,4,7,10,12)$$

$$f(ABCD) = \Pi M(2,4,7,10,12)$$

Minitermos: $S = A'B'CD' + A'BC'D' + A'BCD + AB'CD' + ABC'D'$

Maxitermos: $S = (A+B+C'+D).(A+B'+C+D).(A+B'+C'+D).(A'+B+C'+D).(A'+B'+C+D)$

A análise foi feita para as mesmas linhas (2, 4, 7, 10 e 12)

Verifica-se então que as variáveis complementadas são opostas quando comparamos as expressões em minitermos e Maxitermos.

Veja a seguir uma tabela com 4 variáveis de entrada comparando as expressões em minitermos e Maxitermos e equivalentes binários (BCD8421)

VARIÁVEIS				MINITERMOS			MAXITERMOS		
A	B	C	D	Expressão	Designação	Binário	Expressão	Designação	Binário
c	c	c	c	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	m ₀	0000	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$	M ₁₅	1111
c	c	c	nc	$\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$	m ₁	0001	$\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+D$	M ₁₄	1110
c	c	nc	c	$\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$	m ₂	0010	$\bar{A}+\bar{B}+C+\bar{D}$	M ₁₃	1101
c	c	nc	nc	$\bar{A}\bar{B}CD$	m ₃	0011	$\bar{A}+\bar{B}+C+D$	M ₁₂	1100
c	nc	c	c	$\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$	m ₄	0100	$\bar{A}+B+\bar{C}+\bar{D}$	M ₁₁	1011
c	nc	c	nc	$\bar{A}B\bar{C}D$	m ₅	0101	$\bar{A}+B+\bar{C}+D$	M ₁₀	1010
c	nc	nc	c	$\bar{A}BC\bar{D}$	m ₆	0110	$\bar{A}+B+C+\bar{D}$	M ₉	1001
c	nc	nc	nc	$\bar{A}BCD$	m ₇	0111	$\bar{A}+B+C+D$	M ₈	1000
nc	c	c	c	$A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$	m ₈	1000	$A+\bar{B}+\bar{C}+\bar{D}$	M ₇	0111
nc	c	c	nc	$A\bar{B}\bar{C}D$	m ₉	1001	$A+\bar{B}+\bar{C}+D$	M ₆	0110
nc	c	nc	c	$A\bar{B}C\bar{D}$	m ₁₀	1010	$A+\bar{B}+C+\bar{D}$	M ₅	0101
nc	c	nc	nc	$A\bar{B}CD$	m ₁₁	1011	$A+\bar{B}+C+D$	M ₄	0100
nc	nc	c	c	$AB\bar{C}\bar{D}$	m ₁₂	1100	$A+B+\bar{C}+\bar{D}$	M ₃	0011
nc	nc	c	nc	$AB\bar{C}D$	m ₁₃	1101	$A+B+\bar{C}+D$	M ₂	0010
nc	nc	nc	c	$ABC\bar{D}$	m ₁₄	1110	$A+B+C+\bar{D}$	M ₁	0001
nc	nc	nc	nc	$ABCD$	m ₁₅	1111	$A+B+C+D$	M ₀	0000

Legenda:

c = variável complementada

nc = variável não complementada

Observe na primeira linha da tabela acima, por exemplo, que o termo m₀ (minitermo – binário 0000) equivale ao termo M₁₅ (Maxitermo – binário 1111)

Na última linha o termo m₁₅ (minitermo – binário 1111) equivale ao termo M₀ (Maxitermo – binário 0000) e seguindo o mesmo critério a análise pode ser feita nas demais linhas.