

## TEOREMAS de DE MORGAN

A álgebra de Boole é muito utilizada na simplificação algébrica de circuitos lógicos.

Muitas vezes para otimizar um circuito lógico é preciso fazer a conversão ou comutação de funções OR e AND. Em outras palavras, isto significa que uma função OR deve ser convertida em uma função AND e vice-versa.

Para essa conversão ou transformação são utilizados os *TEOREMAS de DE MORGAN* que na realidade servem para obter o complemento de qualquer função booleana.

### Teorema 1:

O complemento do produto é igual a soma dos complementos.

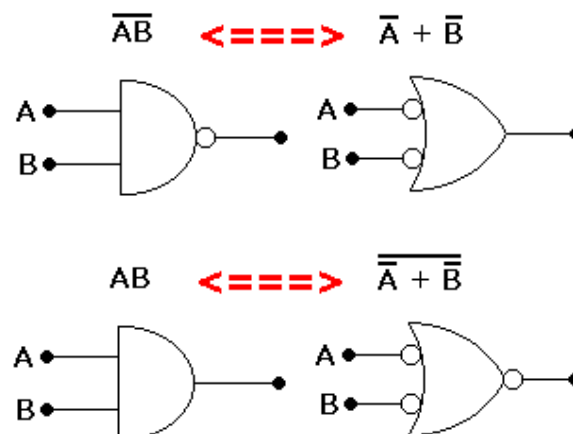
$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

↓ soma dos complementos  
↑ complemento do produto

$$AB = \overline{\overline{A} + \overline{B}}$$

Veja na tabela abaixo as equivalências:

A	B	$\overline{AB}$	$\overline{A} + \overline{B}$	AB	$\overline{\overline{A} + \overline{B}}$
0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	1	1



## Teorema 2:

O complemento da soma é igual o produto dos complementos.

$$\overline{A + B} = \overline{A} \overline{B}$$

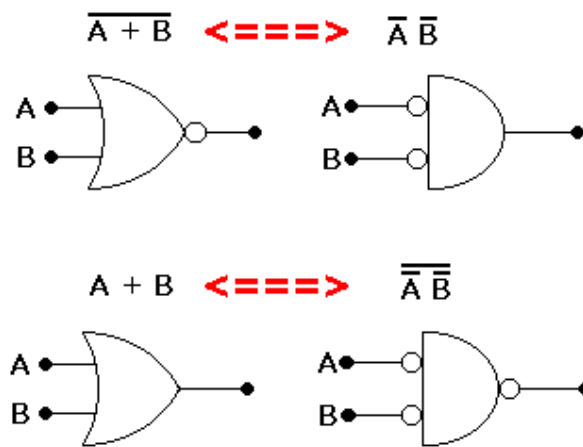
↑ complemento da soma

↓ produto dos complementos

$A + B = \overline{\overline{A} \overline{B}}$

Veja na tabela a seguir as equivalências:

A	B	$\overline{A + B}$	$\overline{A} \overline{B}$	A + B	$\overline{\overline{A} \overline{B}}$
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1



## REGRA GERAL PARA A APLICAÇÃO DE *DE MORGAN*

Dada a expressão:  $A + B + C + D$

1. Converte-se a função OR em AND;
2. Complementa-se individualmente cada variável ou termo;

$$\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} = S$$

3. Complementa-se toda expressão:

$$\overline{\overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}} = S$$



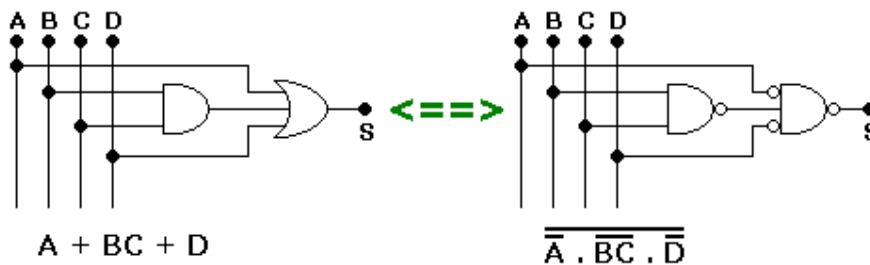
Cada variável pode ser considerada como um termo. No exemplo acima, a expressão possui 4 variáveis ou 4 termos.

Por exemplo, no caso da expressão:  $A + BC + D = S$ , a mesma possui 4 variáveis, mas está expressa em 3 termos.

A = primeiro termo  
 BC = segundo termo  
 D = terceiro termo

Aplicando *De Morgan* nos três termos:

$$\overline{\overline{A} \cdot \overline{BC} \cdot \overline{D}} = S$$



Partindo da expressão  $A + BC + D = S$ , podemos aplicar *De Morgan* apenas no segundo termo:

Teremos então:

$$A + \overline{\overline{B} + \overline{C}} + D = S$$

**EXEMPLO:**

Dada a expressão abaixo, utilizar *De Morgan*:

$$A + \overline{BC} + \overline{AC} = S$$

1. Utilizando a regra geral, podemos converter para uma função AND.

$$\overline{\overline{\overline{A} \cdot \overline{\overline{BC}} \cdot \overline{\overline{AC}}}} = S \implies \overline{\overline{A} \cdot BC \cdot AC} = S$$

2. Se aplicarmos *De Morgan* nos termos BC e AC que estão complementados, tudo poderá ser convertido em função OR. Lembrar que o complemento do produto é a soma dos complementos.

Partindo então da mesma expressão:

$$A + \overline{BC} + \overline{AC} = S$$

$$A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{A} + \overline{C} = S$$

**Para resolver:**

Para fixar o conceito sobre a aplicação das leis ou teoremas de *De Morgan* e as propriedades da álgebra de Boole, preencha a tabela a seguir, a partir da expressão:

$$A + \overline{BC} + \overline{AC} = S$$

Trata-se da expressão utilizada como exemplo.

O resultado em S (saída) deverá ser o mesmo para as três colunas.

A	B	C	$A + \overline{BC} + \overline{AC}$	$A + \overline{B} + \overline{C} + \overline{A} + \overline{C}$	$\overline{\overline{A} \cdot BC \cdot AC}$	S
0	0	0				
0	0	1				
0	1	0				
0	1	1				
1	0	0				
1	0	1				
1	1	0				
1	1	1				