

CIRCUITO ESTRELA-TRIÂNGULO

Y - Δ

Para entender o conceito da conversão Y - Δ, vamos utilizar o circuito usado anteriormente e calcular de forma inversa.

CONVERSÃO Y - Δ

Da mesma forma que anteriormente, temos agora um circuito estrela composto por R_a , R_b e R_c e queremos converter no equivalente delta formado por R_1 , R_2 e R_3 .

Como no caso anterior, aplica-se uma regra geral.

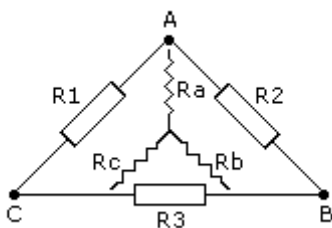
$$\alpha = (R_a.R_b) + (R_b.R_c) + (R_c.R_a)$$

Daí, teremos:

$$R_1 = \alpha / R_b$$

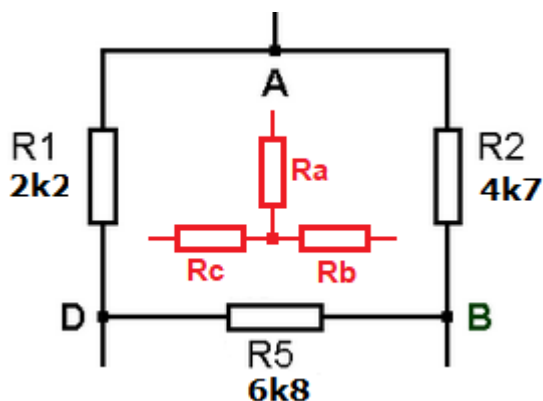
$$R_2 = \alpha / R_c$$

$$R_3 = \alpha / R_a$$



Observe atentamente a figura acima e veja que, o cálculo de R_1 resulta na divisão de α pelo resistor perpendicular a este, no caso R_b ; no cálculo de R_2 temos a divisão de α pelo resistor perpendicular ao mesmo, no caso R_c e finalmente, no cálculo de R_3 temos a divisão de α pelo resistor perpendicular ao mesmo, que no caso é R_a .

Para fixar melhor esse conceito, vamos utilizar o exercício mostrado anteriormente na apostila "Conversão Delta-Estrela ou Conversão Y - Δ".



Conversão Delta - Y

$$R_a = 754,744\Omega$$

$$R_b = 2,333k\Omega$$

$$R_c = 1,092k\Omega$$

Partindo dos valores de R_a , R_b e R_c vamos retornar aos valores de R_1 , R_2 e R_3 aplicando as fórmulas vistas anteriormente:

$$\alpha = (R_a.R_b)+(R_b.R_c)+(R_c.R_a)$$

$$\alpha = (754,744\Omega \cdot 2,333k\Omega)+(2,333k\Omega \cdot 1.092k\Omega)+(1.092k\Omega \cdot 754.744\Omega)$$

$$\alpha = 1,761k\Omega + 2,548k\Omega + 824,18\Omega$$

$$\alpha = 5,133K\Omega$$

$$R_1 = \alpha/R_b$$

$$5,133k\Omega / 2,333k\Omega = 2,2k\Omega$$

$$R_2 = \alpha/R_c$$

$$5,133k\Omega / 1,092k\Omega = 4,7k\Omega$$

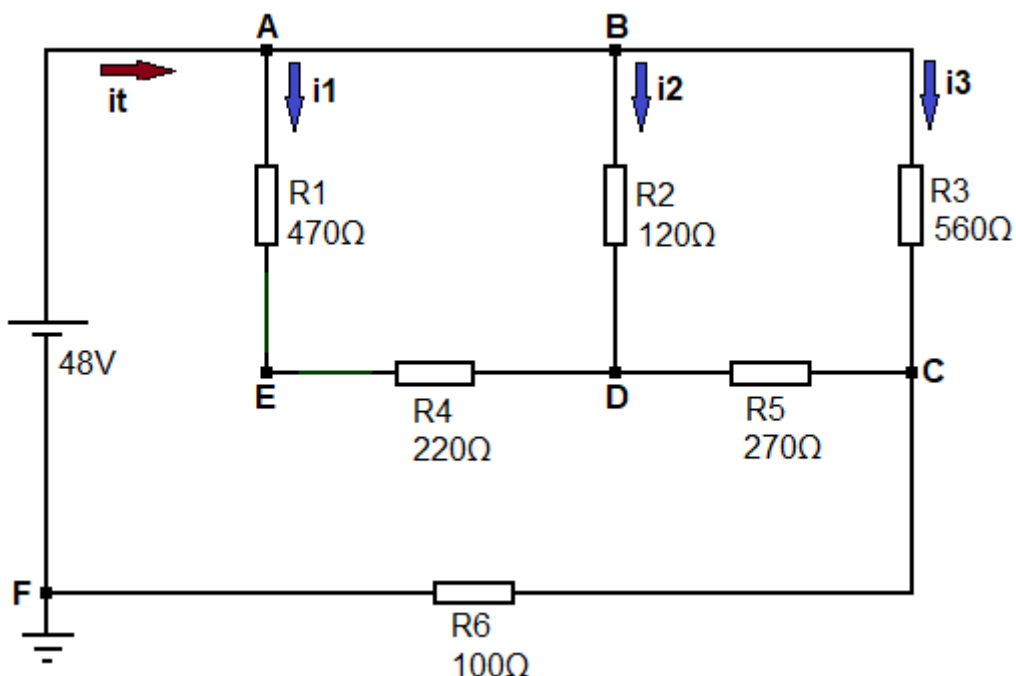
$$R_5 = \alpha/R_a$$

$$5,133k\Omega / 754,744\Omega = 6,8k\Omega$$

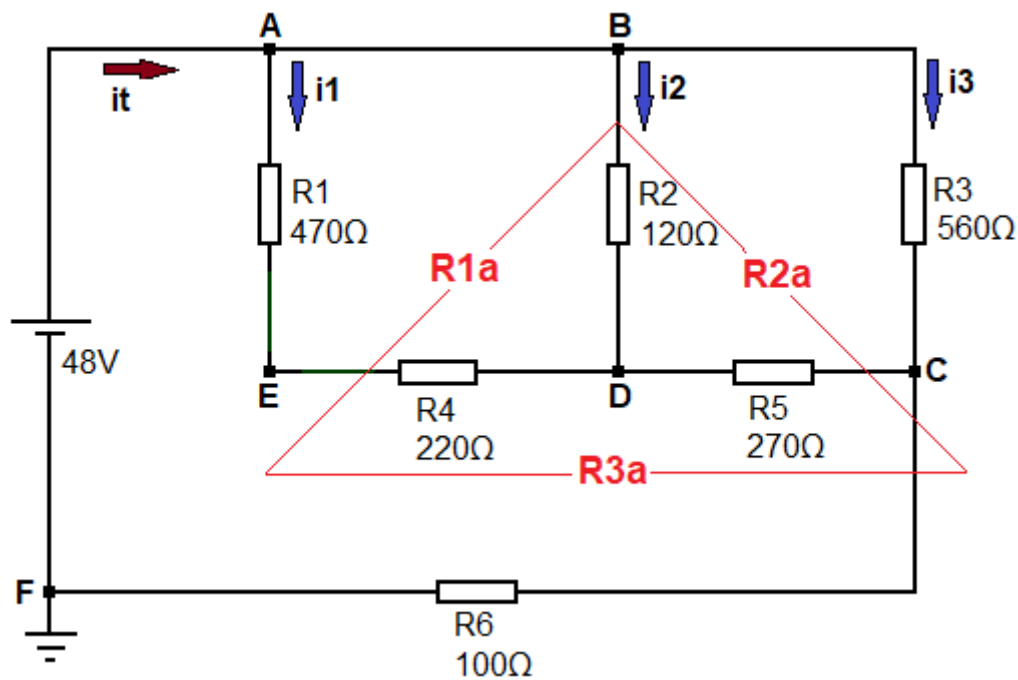
Observa-se então que, aplicando as relações matemáticas corretas as conversões $\Delta - Y$ e $Y - \Delta$, são totalmente equivalentes.

Vamos analisar um circuito para melhor fixação de conceitos sobre o assunto, efetuando cálculos e comparando os mesmos através da simulação.

Calcular a corrente total (i_t) e as correntes i_1 , i_2 e i_3 no circuito abaixo:



Convertendo R_2 , R_4 e R_5 em um triângulo, o circuito será redesenhado, permitindo executar os cálculos de i_t e i_1 :



$$\alpha = (R2 \cdot R5) + (R5 \cdot R4) + (R4 \cdot R2)$$

$$\alpha = (120\Omega \cdot 270\Omega) + (270\Omega \cdot 220\Omega) + (220\Omega \cdot 120\Omega)$$

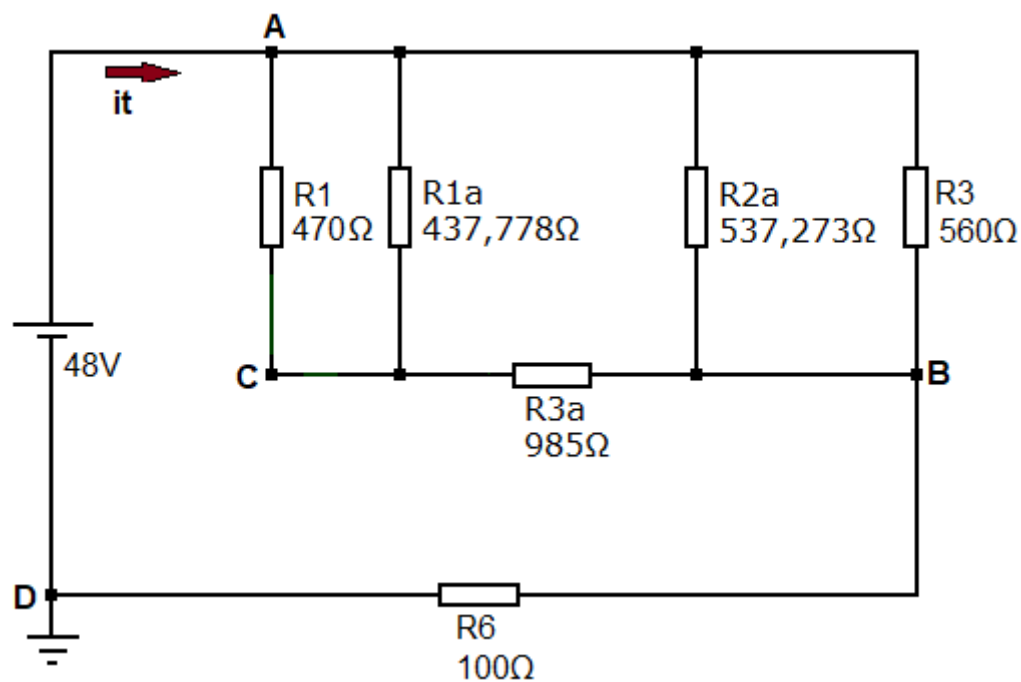
$$\alpha = 32,4k\Omega + 59,4k\Omega + 26,4k\Omega = \underline{118,2k\Omega}$$

$$R1a = \alpha / 270\Omega = 437,778\Omega$$

$$R2a = \alpha / 220\Omega = 537,273\Omega$$

$$R3a = \alpha / 120\Omega = 985\Omega$$

A partir do circuito equivalente mostrado abaixo, com a devida conversão, podemos calcular a R_t e posteriormente i_t :



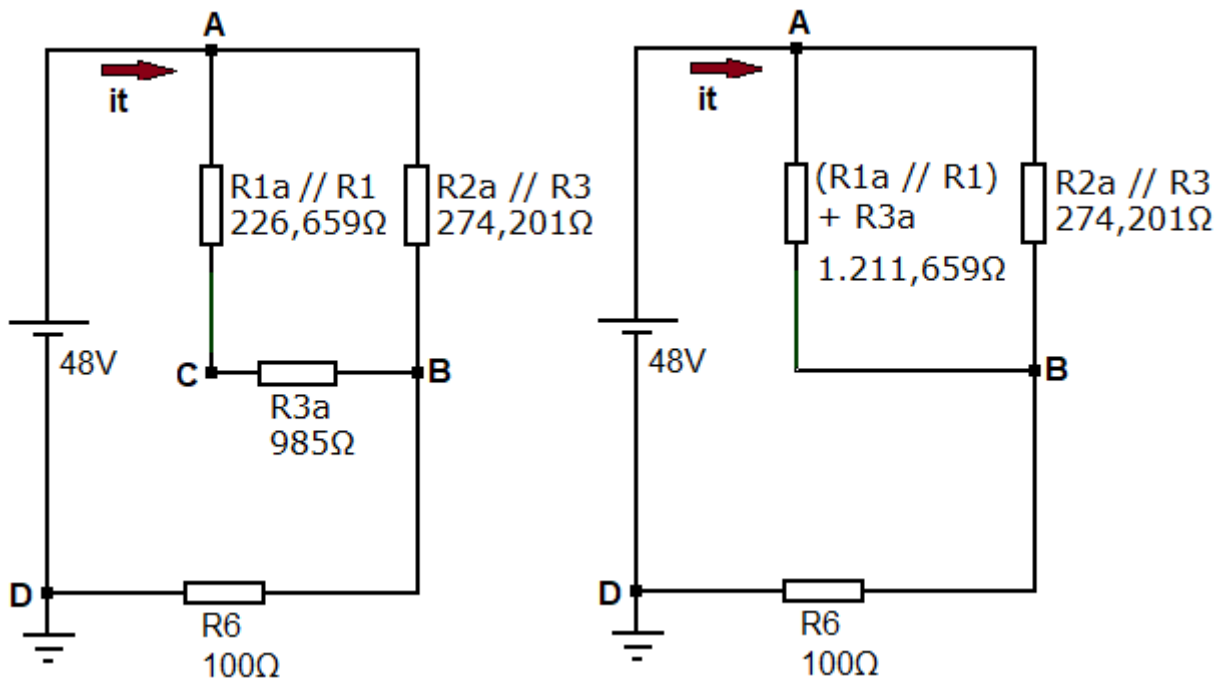
$$i_t = 48V / R_t$$

Procedimentos para o cálculo da R_t :

$$1) R1 // R1a = 470\Omega // 437,778\Omega = 226,659\Omega$$

$$2) R3 // R2a = 560\Omega // 537,273\Omega = 274,201\Omega$$

Redesenhando, teremos o circuito equivalente:



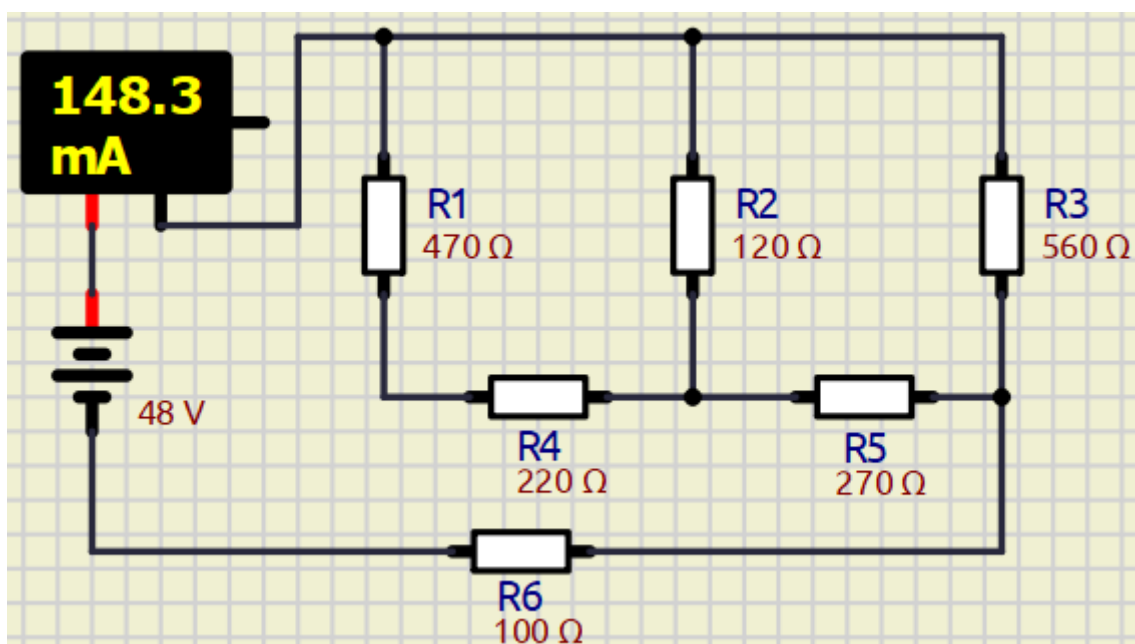
Temos então:

$$R_t = (1.211,659\Omega // 274,201) + 100\Omega$$

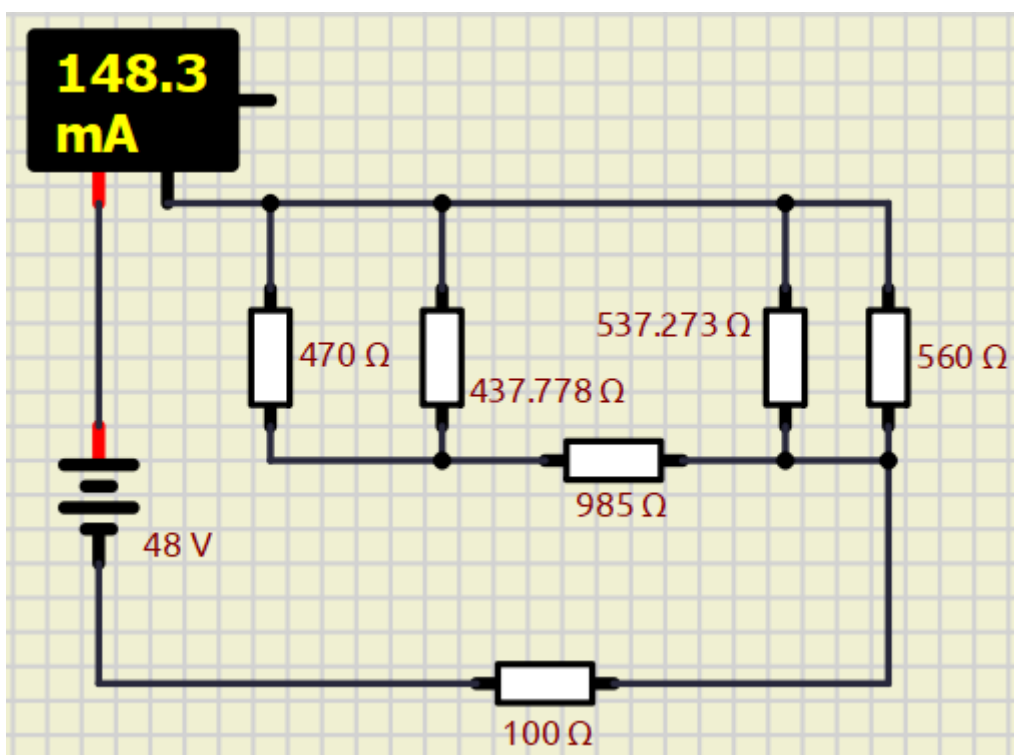
$$R_t = 223,6\Omega + 100\Omega = 323,6\Omega$$

$$i_t = 48V / 323,6\Omega = 148,331mA$$

Simulação 1 - circuito original, sem conversão:

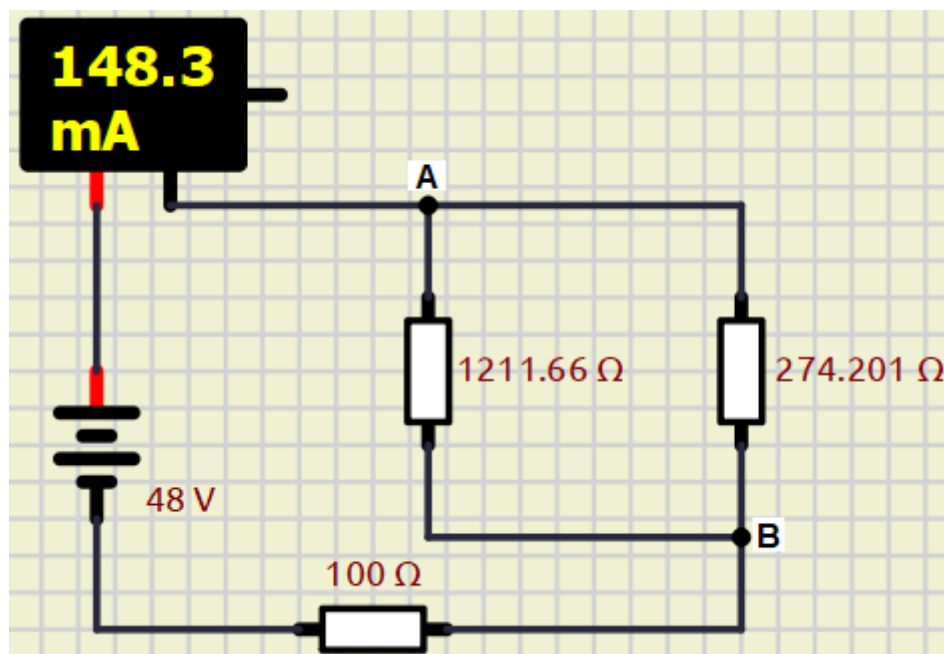


Simulação 2 - com a conversão de R2, R4 e R5 para Δ :



Simulação 3 - circuito otimizado:

$$[(226,659\Omega + 985\Omega) // 274,201\Omega] + 100\Omega$$

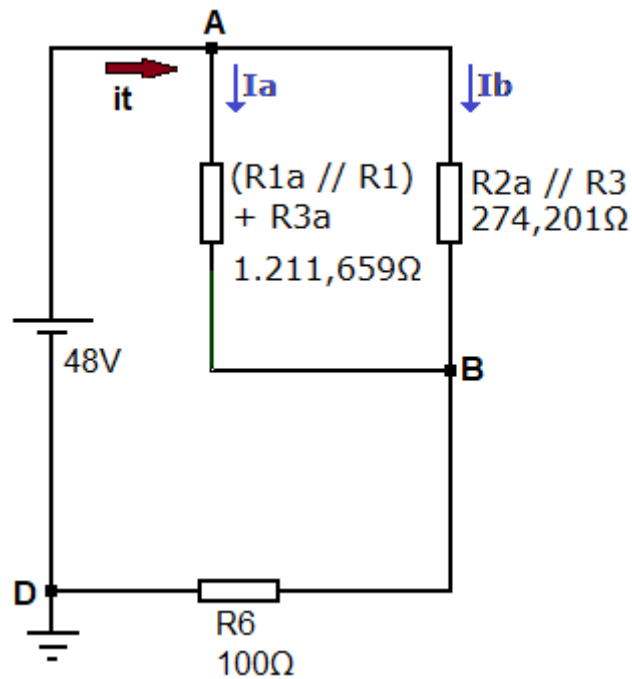


Cálculo da corrente I_a :

A corrente I_a , circula entre os pontos A e B, onde temos a resistência igual a 1.211,659Ω.

$$I_a = i_t \cdot 274,201\Omega / (1.211,659\Omega + 274,201\Omega)$$

$$I_a = 148,331\text{mA} \cdot 274,201\Omega / 1485,85\Omega = \mathbf{27,373\text{mA}}$$



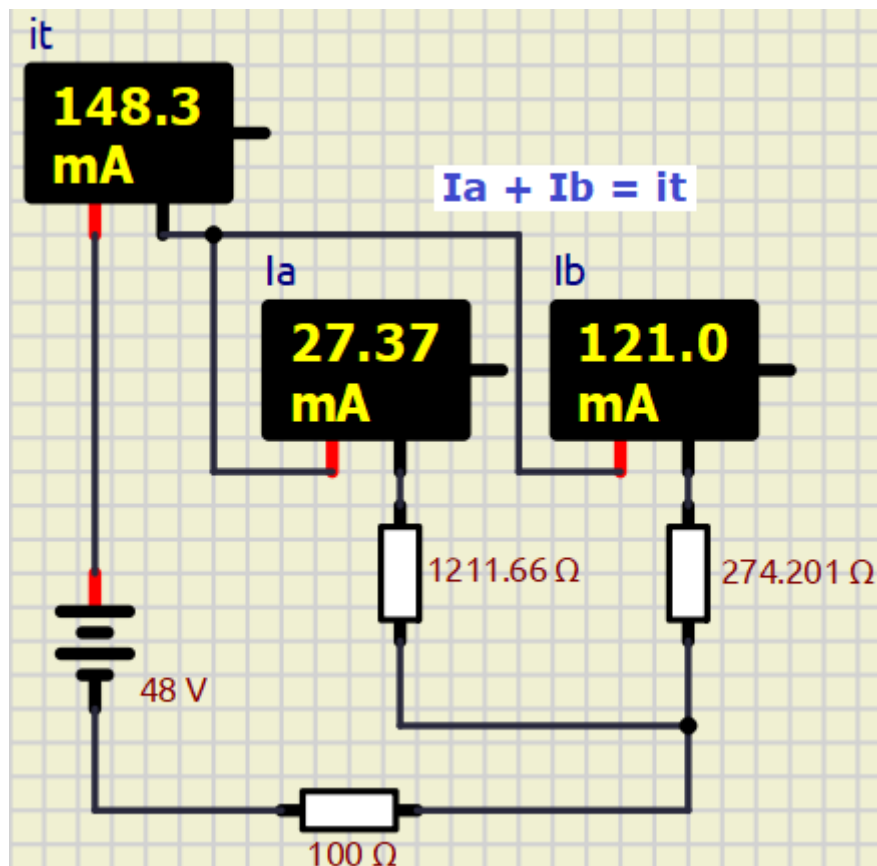
Cálculo da corrente Ib:

A corrente Ib também circula entre os pontos A e B, onde temos a resistência igual a 274,201Ω.

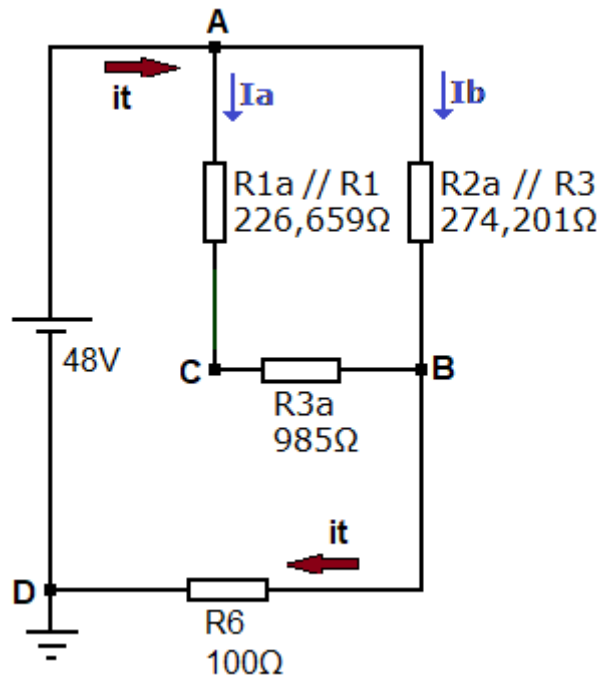
$$I_b = i_t \cdot 1.211,659\Omega / (1.211,659\Omega + 274,201\Omega)$$

$$I_b = 148,331\text{mA} \cdot 1.211,659\Omega / 1485,85\Omega = \mathbf{120,959\text{mA}}$$

A figura abaixo, confirma na simulação a exatidão dos cálculos:



Cálculo das correntes que circulam nos resistores R1, R2 e R3 (correntes i1, i2 e i3 respectivamente):



a) cálculo de VR6:

$$VR6 = it \cdot R6 = 148,331\text{mA} \cdot 100\Omega = 14,833\text{V}$$

b) cálculo de VAB (aplicando LKT):

$$VAB = 48\text{V} - VR6 = 48\text{V} - 14,833\text{V} = 33,167\text{V}$$

c) cálculo de VAC (divisor de tensão):

$$VAC = (33,167\text{V} \cdot 226,659\Omega) / 1.211,659\Omega = 6,204\text{V}$$

d) cálculo de i1 (iR1):

$$i1 = 6,204\text{V} / 470\Omega = 13,2\text{mA}$$

e) cálculo de i3 (iR3):

$$i3 = 33,167\text{V} / 560 = 59,227\text{mA}$$

f) cálculo de i2 (iR2):

aplicando LKC:

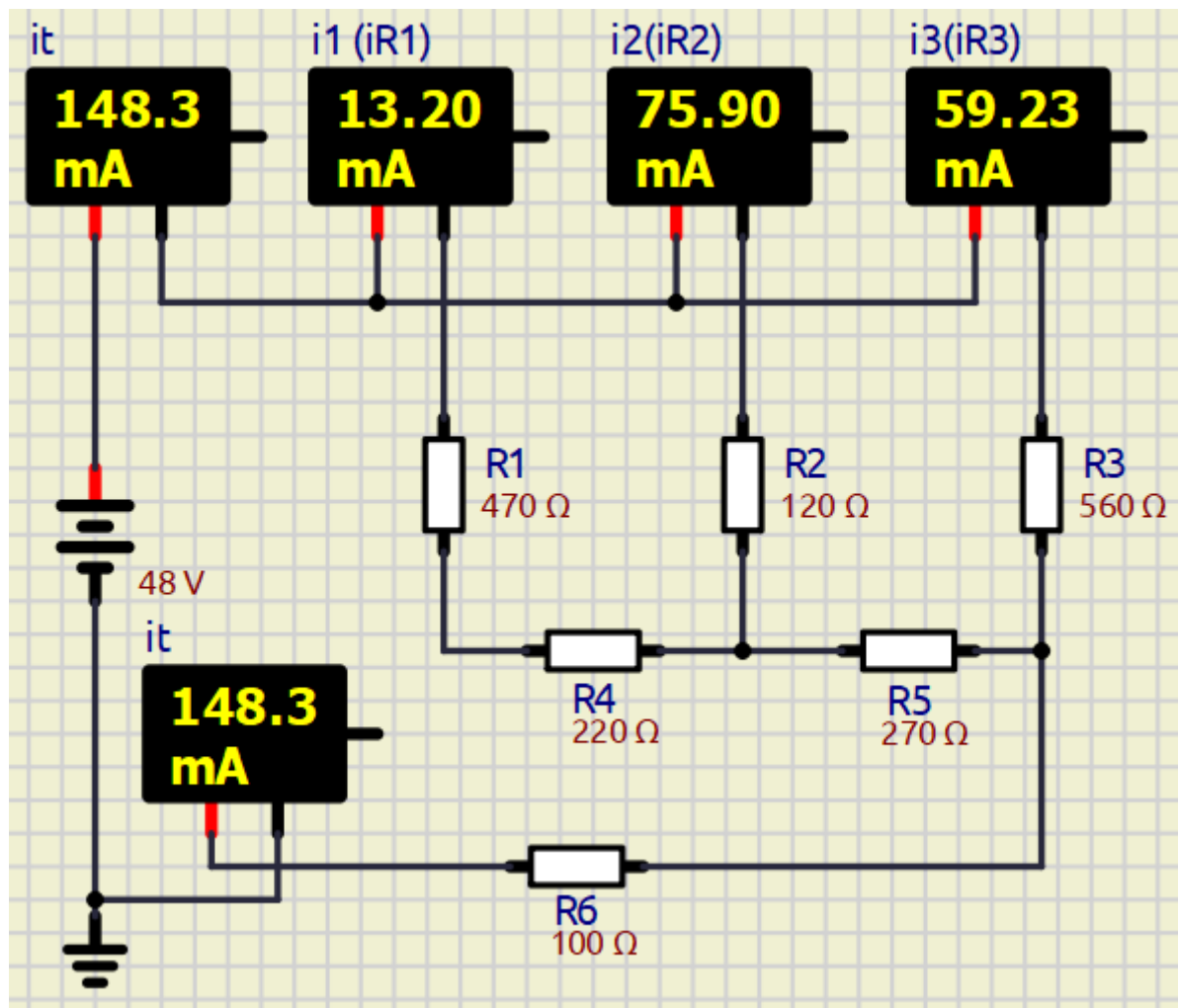
$$i2 = it - i1 - i3$$

$$i2 = 148,331\text{mA} - 13,2\text{mA} - 59,227\text{mA} = 75,904\text{mA}$$

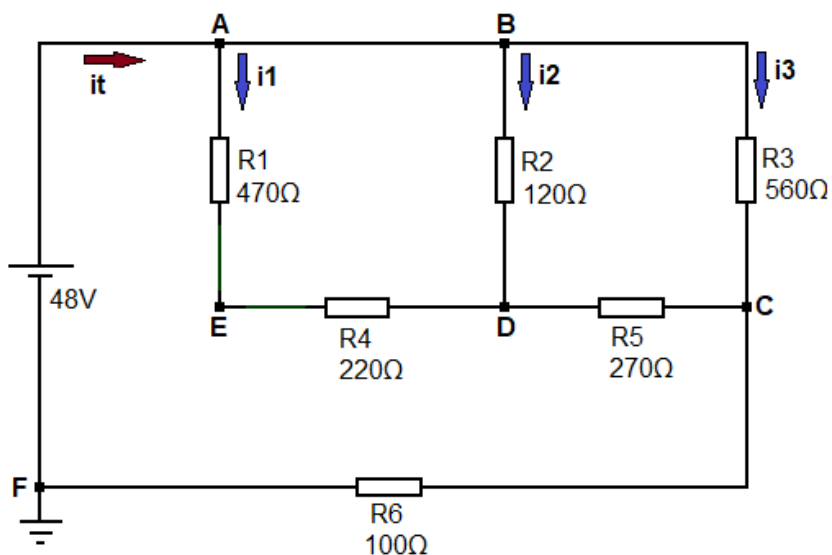
$$it - i1 - i2 - i3 = 0 \text{ (LKC)}$$

$$148,331\text{mA} - 13,2\text{mA} - 75,904\text{mA} - 59,227\text{mA} = 0$$

A figura a seguir ilustra o circuito montado no simulador, mostrando as correntes nos resistores R1, R2 e R3 (i1, i2 e i3) e as tensões VR1, VR2, VR3 e VR6:



Tensão no resistores



$$\begin{aligned} iR1 &= 13,2\text{mA} \\ iR2 &= 75,904\text{mA} \\ iR3 &= 59,227\text{mA} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VR1 &= 470\Omega \cdot 13,2\text{mA} = 6,204\text{V} \\ VR2 &= 120\Omega \cdot 75,904\text{mA} = 9,108\text{V} \\ VR3 &= 560\Omega \cdot 59,227\text{mA} = 33,167\text{V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VR4 &= VR2 - VR1 = 9,108\text{V} - 6,204\text{V} = 2,904\text{V} \\ VR5 &= VR3 - VR2 = 33,167\text{V} - 9,108\text{V} = 24,059\text{V} \\ VR6 &= R6 \cdot i_t = 100\Omega \cdot 148,331\text{mA} = 14,833\text{V} \end{aligned}$$

